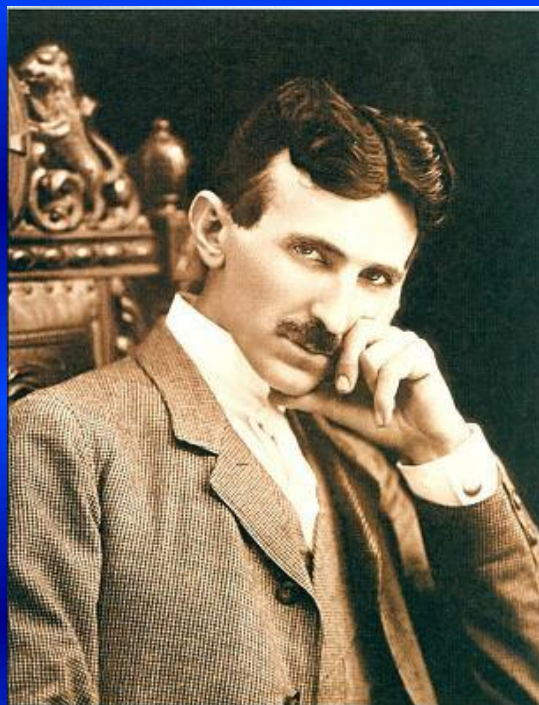


# OSNOVI ELEKTROTEHNIKE I ELEKTRONIKE -Naizmenične struje-

Docent prof. dr Borivoje Milošević



# UVOD:

Električna struja je jedan od osnovnih pojmova u elektrotehnici kojim se opisuje usmereno kretanje velikog broja električnih opterećenja pod dejstvom električnog polja. Zbog sličnosti sa kretanjem tečnosti, koje se naziva strujanje, izabran je i naziv struja. U zavisnosti od toga da li se intenzitet struje menja posmatraju se:

- Vremenski konstantne električne struje koje se često nazivaju i jednosmerna struja ili stalna struja (na engleskom Direct Current - DC).
- Kretanje struje može biti i vremenski promenljivo po intenzitetu ali i po smeru i ona se naziva (na engleskom Alternating Current - AC). vremenski promenljiva električna struja

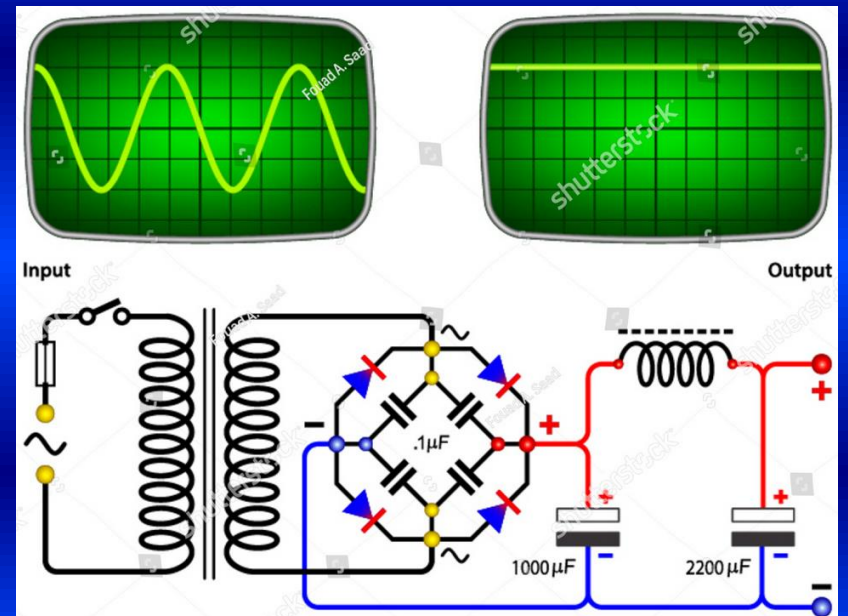
Električna struja predstavlja meru količine elektriciteta koja se pomerila u jedinici vremena. Pomeraj naelektrisanja može se vršiti na različite načine:

- Kod metalnih provodnika, mehanizam pomeranja je kretanje slobodnih elektrona.
- U rastvorima mehanizam pomeranja je kretanje pozitivno ili negativno naelektrisanih jona, kao što je to slučaj u elektrohemijskim baterijama ili u postupku galvanizacije.
- U poluprovodnicima naelektrisanje se kreće kretanjem slobodnih elektrona ili šupljina koje su nosioci pozitivnog naelektrisanja.



## U elektrotehnici se sreću vrlo različite vrednosti struje:

- Struja kod munja i gromova je reda nekoliko desetina hiljada ampera.
- U industrijskim pogonima i električnim vozilima struje su reda stotinu ampera.
- Uređaji u domaćinstvu obično rade sa strujama u opsegu od 0.5 A do 16 A.
- U elektronskim kolima struje su reda mA,  $\mu\text{A}$  ili nA.
- U raznim mernim uređajima u fizici struje mogu biti vrlo male, reda pA (10<sup>-12</sup> A), kolike su i struje između nervnih ćelija kod živih bića.



# Medjunarodni SI sistem jedinica

$10^1$ deka	<b>da</b>	$10^{-1}$ deci	<b>d</b>
$10^2$ hekta	<b>h</b>	$10^{-2}$ centi	<b>c</b>
$10^3$ kila	<b>k</b>	$10^{-3}$ mili	<b>m</b>
$10^6$ mega	<b>M</b>	$10^{-6}$ mikro	$\mu$
$10^9$ gigo	<b>G</b>	$10^{-9}$ nano	<b>n</b>
$10^{12}$ tera	<b>T</b>	$10^{-12}$ piko	<b>p</b>
$10^{15}$ peta	<b>P</b>	$10^{-15}$ femto	<b>f</b>
$10^{18}$ eksa	<b>E</b>	$10^{-18}$ ato	<b>a</b>
$10^{21}$ zeta	<b>Z</b>	$10^{-21}$ zepto	<b>z</b>
$10^{24}$ jota	<b>Y</b>	$10^{-24}$ joto	<b>y</b>

# Uvod

- Tomas Edison je bio poznata ličnost u Americi, ali je njegov elektroenergetski sistem zasnovan na jednosmernoj struji izgubio bitku protiv sistema naizmjenične struje koju je osmislio jedan potpuni anonimus (došljak u Ameriku i napočetku fizički radnik) – Nikola Tesla.
- Razlog je jednostavan:
  - Za napajanje jednosmernom strujom jednog kvarta u gradu bila je potrebna jedna (termo)elektrana zbog velikih padova napona u mreži.
  - Sistemom naizmjenične struje mogao bi da se napaja čitav grad od samo jedne elektrane koja je bila prilično udaljena od potrošača.
- Dakle, ovde vidimo već dve prednosti naizmjenične struje.

# Uvod

- Jednosmerna struja u metalu je usmereno kretanje slobodnih elektrona kroz međuatomski prostor, koje je obično izazvano spoljašnjim električnim poljem.
- Naizmenična struja u metalu se razlikuje od jednosmerne po tome što se slobodni elektroni kreću naizmenično levo – desno, što je i razlog za naziv: »naizmenična struja«.
- Način da se elektroni nateraju na ovakav način kretanja je otkriven u XIX veku i zasniva se na Fardejevom zakonu elektromagnetne indukcije i njegovom III i II eksperimentu. Naime, izvori naizmenične struje su generatori čiji se princip rada zasniva na III i II Faradejevom eksperimentu.

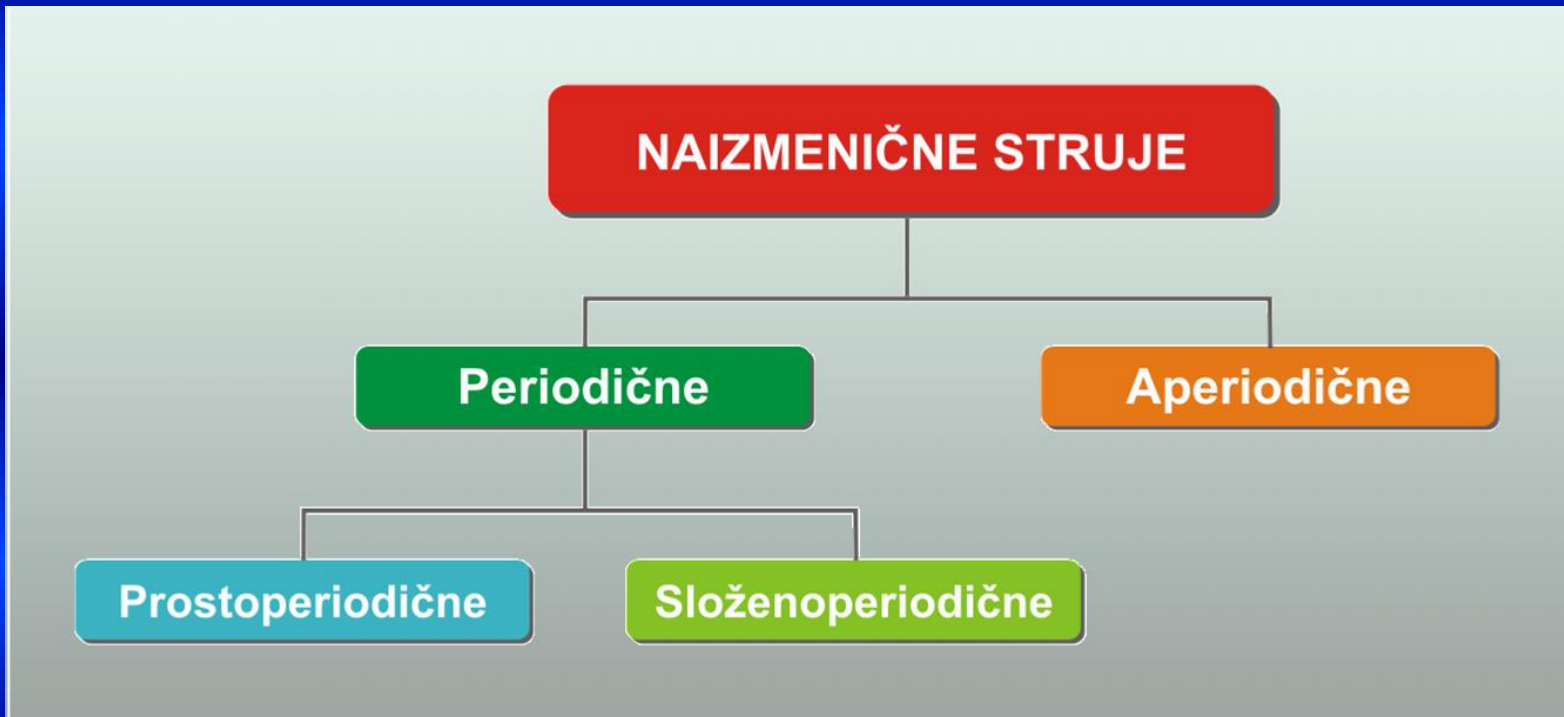
# Uvod

- **Pored struja konstantne jačine (vremenski stalne struje), postoje i struje koje su promenljive u toku vremena (menjaju jačinu, ili smer, ili i jačinu i smer).**
- **Promenljive struje postoje u električnim kolima u kojima deluje promenljiva elektromotorna sila.**
- **NAIZMENIČNE STRUJE su vremenski promenljive struje koje naizmenično menjaju intenzitet, a povremeno i smer.**
- **Njihova magnituda i pravac obično variraju periodično, a najčešći zakon po kome se menjaju je sinusoidalni zakon (omogućava najefikasniji prenos energije).**
- **U kolima elektronike i energetske elektronike, koriste se mnogo i drugi zakoni promene naizmeničnih struja.**



# Uvod

- Prema zakonu promene u funkciji vremena, naizmjenične struje mogu se podeliti na sledeći način:



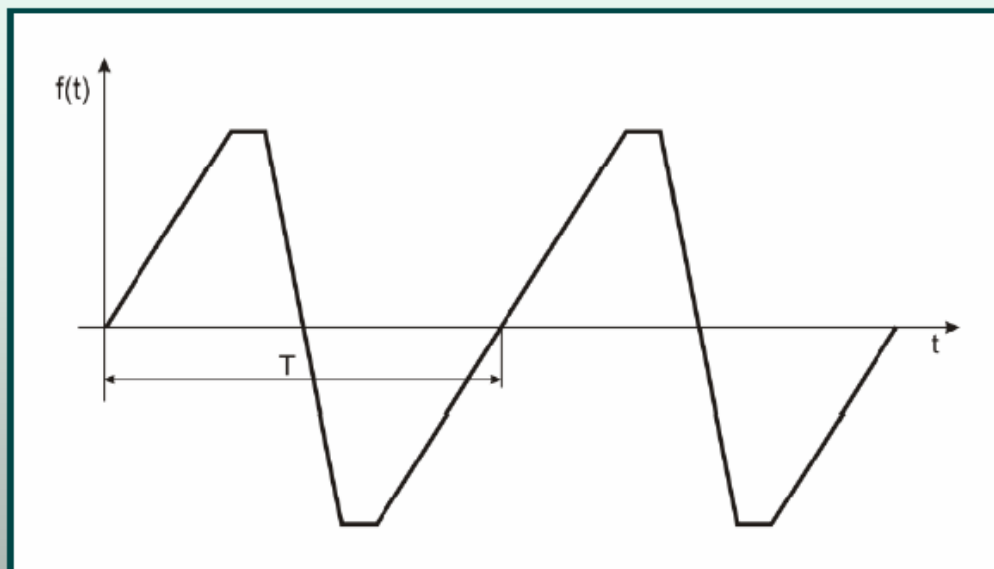


# Periodične veličine

- Periodične naizmjenične struje i naponi su periodično promjenjive veličine.
  - Određene vrednosti se dobijaju periodično tokom vremena
  - Najviše se koriste prostoperiodične naizmjenične struje, kod kojih jačina struje menja po SINUSNOJ ili KOSINUSNOJ funkciji.
- Vremenski periodične veličine su one veličine čije se vrednosti ponavljaju u jednakim vremenskim razmacima.
- Vreme posle koga se vrednosti periodične funkcije ponavljaju naziva se PERIODA i označava sa  $T$ .
- Perioda je dužina trajanja jednog ciklusa periodične funkcije.

➤ Ako je neka funkcija periodična, sa periodom vremena  $T$ , onda za frekvenciju (učestanost) važi:  $f(t) = f(t + T)$

➤ FREKVENCIJA  $f$  je recipročna vrednost periode:  $f = \frac{1}{T}$



➤ Jedinica za učestanost je herc [Hz] u čast nemačkog fizičara Herca (Heinrich Rudolf Hertz, 1857-1894), koji je dokazao postojanje elektromagnetnih talasa

➤ Periodična veličina ima učestanost od 1 Hz ako svake sekunde izvrši jedan ciklus



- **ARITMETIČKA SREDNJA VREDNOST** periodične funkcije  $f(t)$  u intervalu  $[t_1, t_2]$  je:

$$F_{\text{sr}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

- **SREDNJA VREDNOST** za vreme jedne periode je:

$$F_{\text{sr}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

- **EFEKTIVNA VREDNOST** periodične funkcije  $f(t)$  je njena kvadratna srednja vrednost

$$F_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{|t_2 - t_1|} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt}$$

## Prostoperiodične veličine

- U kolima kod kojih su naponi i struje pobudnih izvora sinusoidalne funkcije vremena, naponi i struje elemenata, takođe su sinusoidalne funkcije vremena

- Struja koja se menja po sinusnom zakonu može se predstaviti jednačinom:

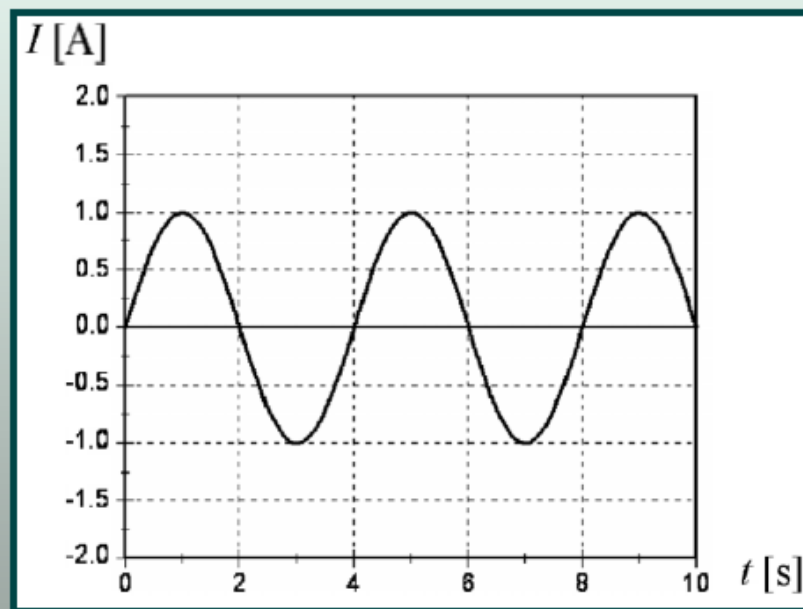
$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$\omega$  - kružna učestanost      $\omega = 2\pi f$

$t$  - vreme

$\varphi_0$  - početna faza struje

- Značaj ovakvih kola je veliki, jer se prenos i distribucija električne energije vrši isključivo sistemom naizmeničnih struja koje se menjaju po sinusnom zakonu

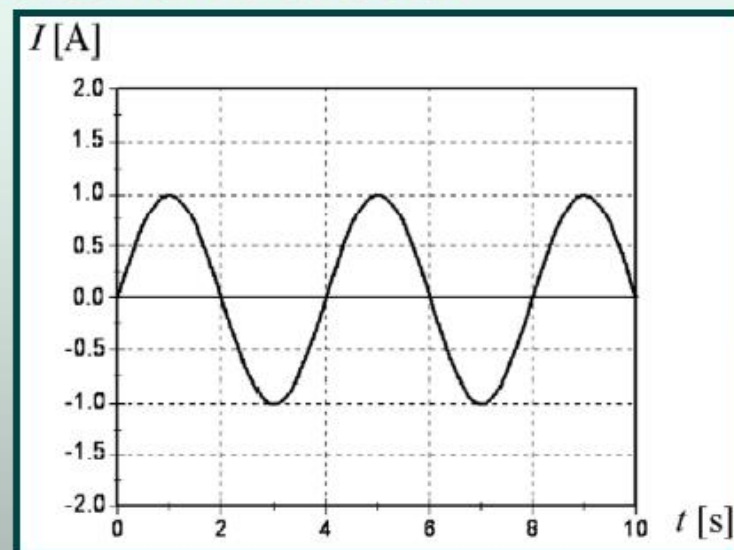


## Prostoperiodične naizmenične veličine

- Opšti izraz za intenzitet prostoperiodične struje, prema usvojenom referentnom smeru i početnom trenutku:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_o)$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_o)$$



$i(t)$  - trenutna vrednost prostoperiodične struje

$I_m$  - maksimalna vrednost (amplituda) prostoperiodične struje  
(uvek pozitivna veličina)

$\omega$  - kružna učestanost prostoperiodične struje ( $\omega = 2\pi f$ )

$f$  - učestanost (frekvencija) prostoperiodične struje

$\omega t + \varphi_o$  - faza prostoperiodične struje

$\varphi_o$  - početna faza struje (faza struje u trenutku  $t = 0$ )



# Predstavljanje prostoperiodičnih veličina

Parametri koji određuju prostoperiodičnu veličinu su:

- ✓ amplituda (efektivna vrednost)
- ✓ učestanost (kružna učestanost)
- ✓ početna faza

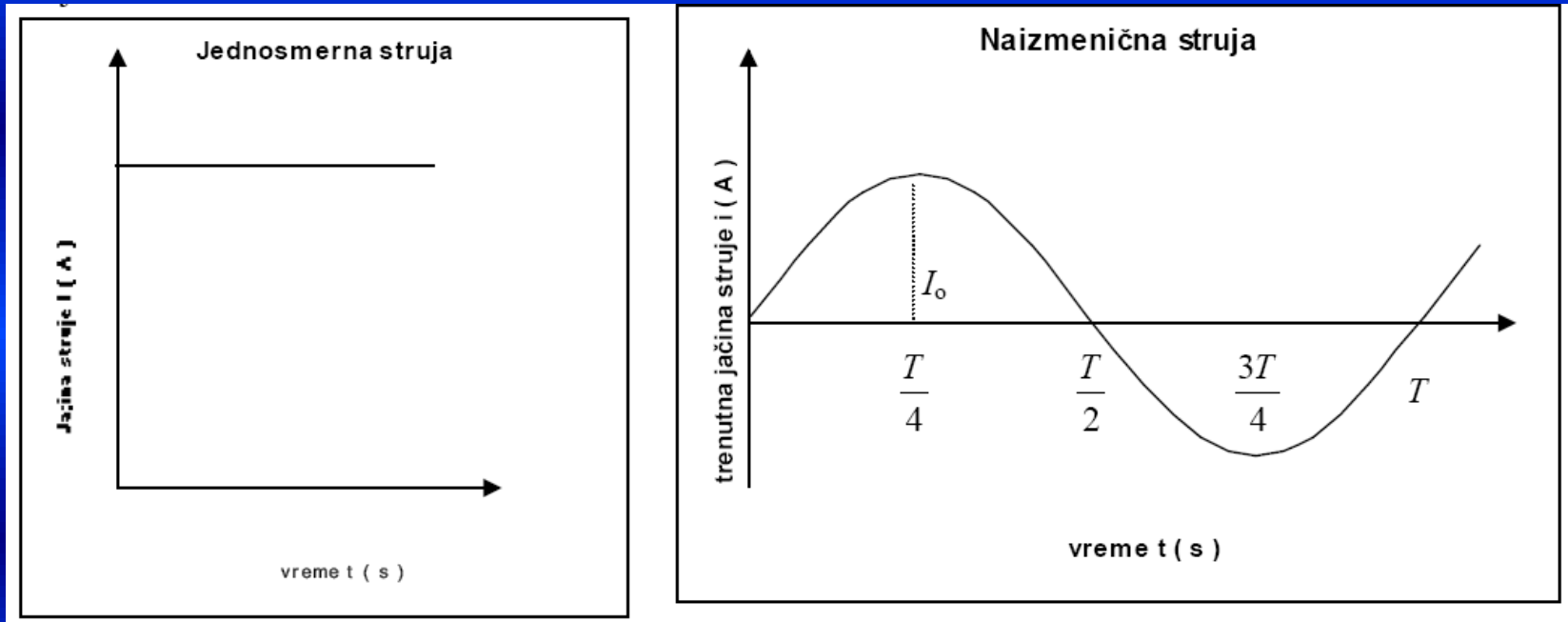
U kolima prostoperiodične struje, sve veličine imaju istu frekvenciju, pa su za opisivanje svake od naizmeničnih prostoperiodičnih veličina dovoljna dva parametra:

1. AMPLITUDA (efektivna vrednost) i
2. POČETNA FAZA

Načini za predstavljanje naizmeničnih veličina su:

- vremensko (trigonometrijsko)
- fazorsko (geometrijsko)
- kompleksno (aritmetičko)

# Odnos DC vs AC



- Jačina jednosmerne struje je stalna tokom vremena, dok je jačina naizmjenične struje periodično promenljiva funkcija vremena.



# Osnovne veličine

- Jačina naizmenične struje je periodično promenljiva funkcija vremena čiji je oblik:

$$i = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t$$

gde su:

$i$  – trenutna jačina struje,

$I_0, U_0, E_0$  – maksimalna ( amplitudna ) vrednost jačine struje, napona i EMS

$\omega$  – kružna frekvencija struje  $\omega = 2\pi f$  (rad/sec) i

$t$  – vreme

$f$  – frekvencija

Kao i trenutna jačina struje tako i trenutna vrednost napona  $u$  je:

$$u = U_0 \cdot \sin \omega \cdot t$$

- Da bi jačina struje i napon bile ovakve pravilne periodične funkcije vremena potrebno je da izvor struje stvara elektromotornu silu koja je i sama pravilna periodična funkcija vremena:

$$\varepsilon = E_0 \cdot \sin \omega \cdot t$$

# Efektivne ( prosečne ) vrednosti jačine struje, napona i elektromotorne sile

- Do sada se moglo videti da naizmeničnu struju opisuju trenutne (  $i, u, \varepsilon$  ) i maksimalne (  $I_0, U_0, E_0$  ) vrednosti jačine struje, napona i elektromotorne sile. Međutim, ove vrednosti su nepovoljne za opisivanje efekata kao što je na primer količina toplote oslobođena pri proticanju naizmenične struje kroz otpornik (  $R$  ).

- Merenja pokazuju da količina oslobođene toplote (  $Q$  ) po Džul – Lencovom zakonu u slučaju naizmenične struje nije:

$$Q = I_0^2 \cdot R \cdot t$$

zato što naizmenična struja nema sve vreme  $t$  istu maksimalnu jačinu  $I_0$  .

- Efektivna jačina naizmenične struje  $I_{ef}$  je jednaka jačini one jednosmerne struje, koja pri proticanju kroz isti otpornik u toku istog vremena proizvede istu količinu toplote kao ta naizmenična struja.

# Efektivne ( prosečne ) vrednosti jačine struje, napona i elektromotorne sile

- Na osnovu prethodne priče može se napisati:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{I_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot I_0.$$

Na sličan način može se pokazati da je:

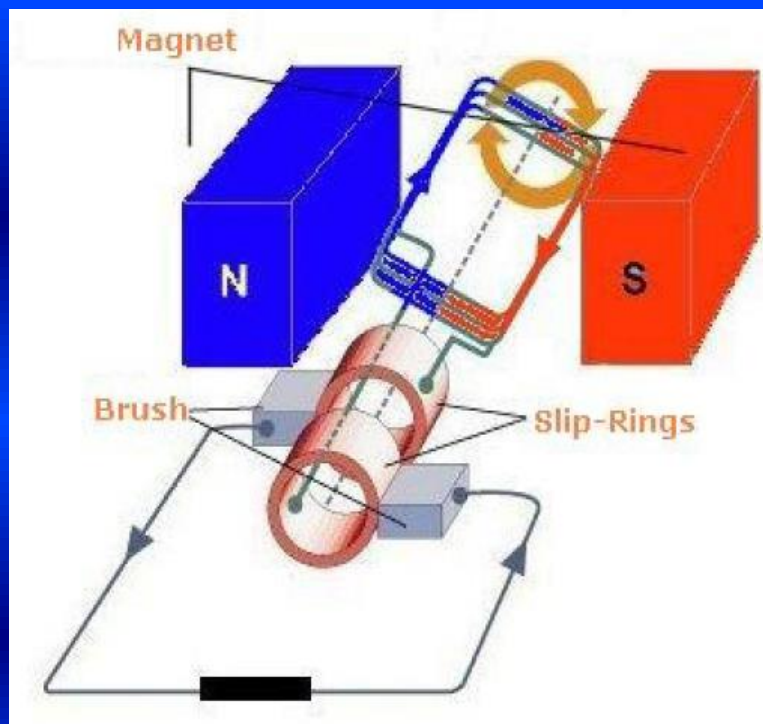
$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot U_0$$

$$E_{ef} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{E_0 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0.707 \cdot E_0.$$

Vrsta elementa	Trenutne vrednosti	Efektivne vrednosti	Fazni stav
$R$	$u = R \cdot i$	$U = R \cdot I$	$\varphi = 0$
$L$	$u = L \frac{di}{dt}$	$U = X_L \cdot I$ $X_L = \omega \cdot L$	$\varphi = 90^\circ$
$C$	$i = C \frac{du}{dt}$	$U = X_C \cdot I$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$	$\varphi = -90^\circ$

# Generator

- Bez obzira da li se električna energija dobija u hidroelektranama, termoelektranama, nuklearnim elektranama ili energijom talasa (vetra) postoje neke zajedničke karakteristike uređaja za proizvodnju i oni se nazivaju **generatori**.
- Pogledajmo kako se dobija **monofazna naizmjenična struja** :

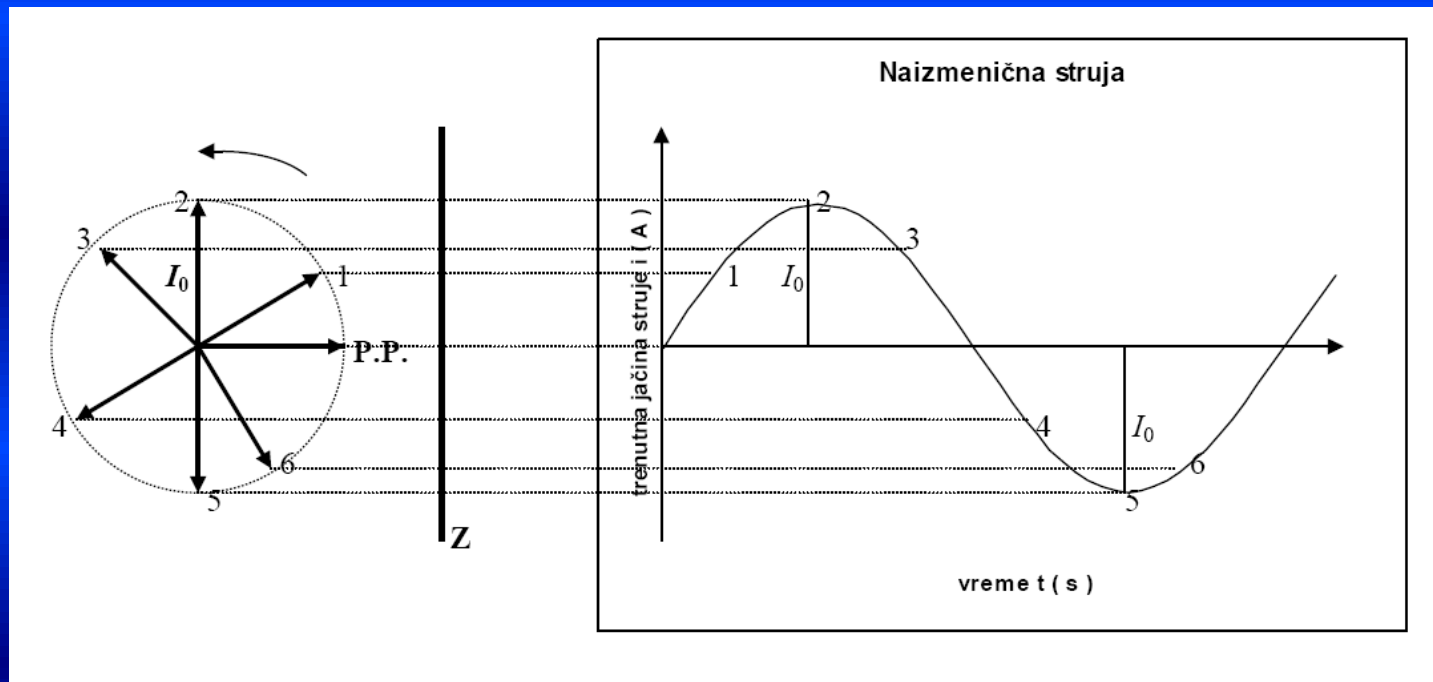


Ukoliko se žičani ram oblika kao na slici okreće u homogenom magnetnom polju dobijamo struju u kolu.

Najjednostavnije objašnjenje daje Faradejev zakon elektromagnetne indukcije.

Na slici vidimo da su krajevi provodnika preko pokretnih **prstenova** (na slici **slip-rings**) spojeni sa nepokretnim **četkicama** (na slici **brush**) i preko takvog sistema struja putuje u kolo sa potrošačem.

# Metod obrtnih vektora



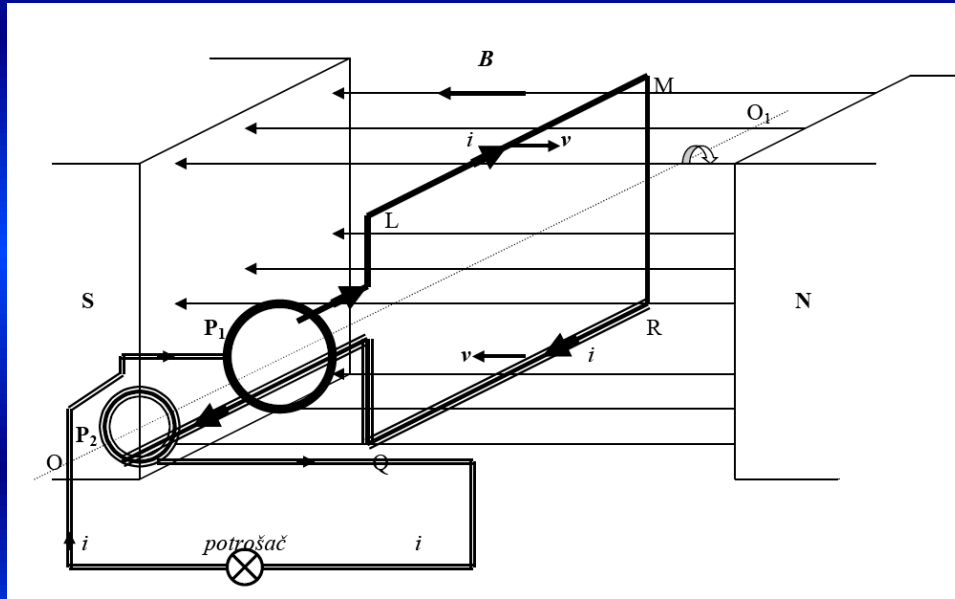
- Početni položaj vektora  $I_0$  je obeležen sa P.P. Vektor  $I_0$  se obrće u smeru suprotnom od smera kazaljke na satu. Desno od njega je postavljen vertikalni zid Z. Iz svakog pojedinačnog položaja, tokom obrtanja, vektor  $I_0$  baca senku (projekciju) na zid Z. Dužina ove senke je vrednost trenutne jačine struje, ali ne samo na zidu već i na grafiku.
- Pored početnog položaja vektora  $I_0$  (kada je senka jednaka nuli – pa ovom položaju odgovara početna tačka na grafiku, tj. koordinatni početak, gde je trenutna jačina struje takođe jednaka nuli). Na slici je prikazano još šest položaja obrtnog vektora  $I_0$  i šest odgovarajućih tačaka na grafiku.

# Generator

- Svaki generator ima rotor i stator i jasno je šta su u okviru ovog primera jedan i drugi.
- Kada se provodnik sa strujom nalazi u magnetnom polju na njega deluje **Amperova sila**. To važi i za naš žičani ram ! Amperova sila stvara **moment sile** koji usporava kretanje rama. To znači da treba delovati nekom spoljašnjom silom da bi se ram obrtao stalnom ugaonom brzinom.
- U hidroelektranama takva spoljašnja sila potiče od vode koja pada na lopatice turbine.
- U termoelektranama to čini zagrejana vodena para.
- Možemo zapaziti da struja u toku jednog punog obrta rama 2 puta promeni smer. Frekvencija struje u Evropi je 50 Hz (u Americi 60 Hz) što znači da struja promeni smer 100 puta u toku jedne sekunde (odnosno 120 puta).



# Generator



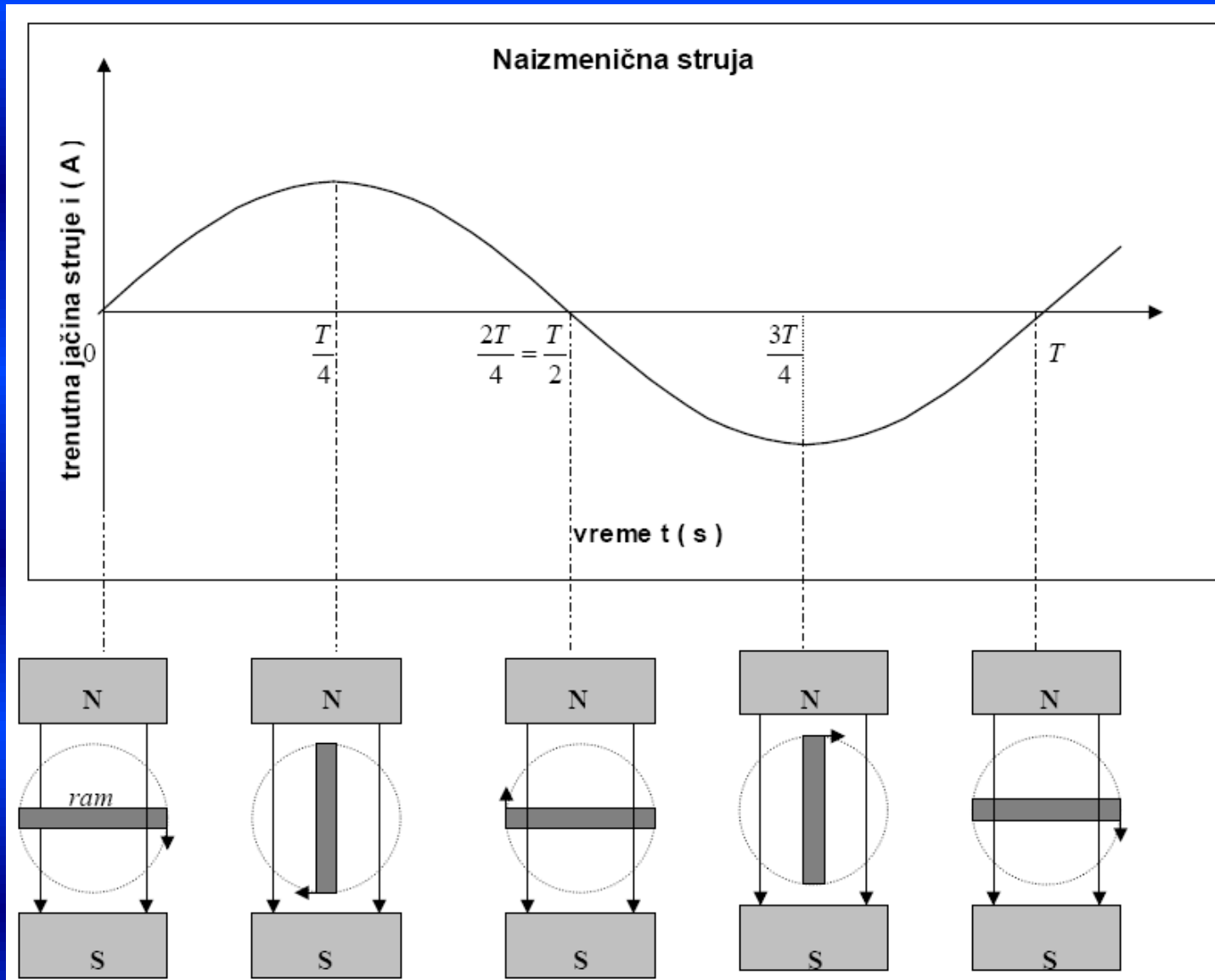
Treba uočiti da kraci rama LM i QR seku linije sile u suprotnom smeru, zbog čega se u njima indukuje struja suprotnog smera.

- Prvo je ram postavljen vertikalno tako da u tom početnom trenutku gornji deo rama LM klizi uz linije sile, dok donji deo rama QR klizi niz linije sila. U skladu sa II Faradejevim eksperimentom:

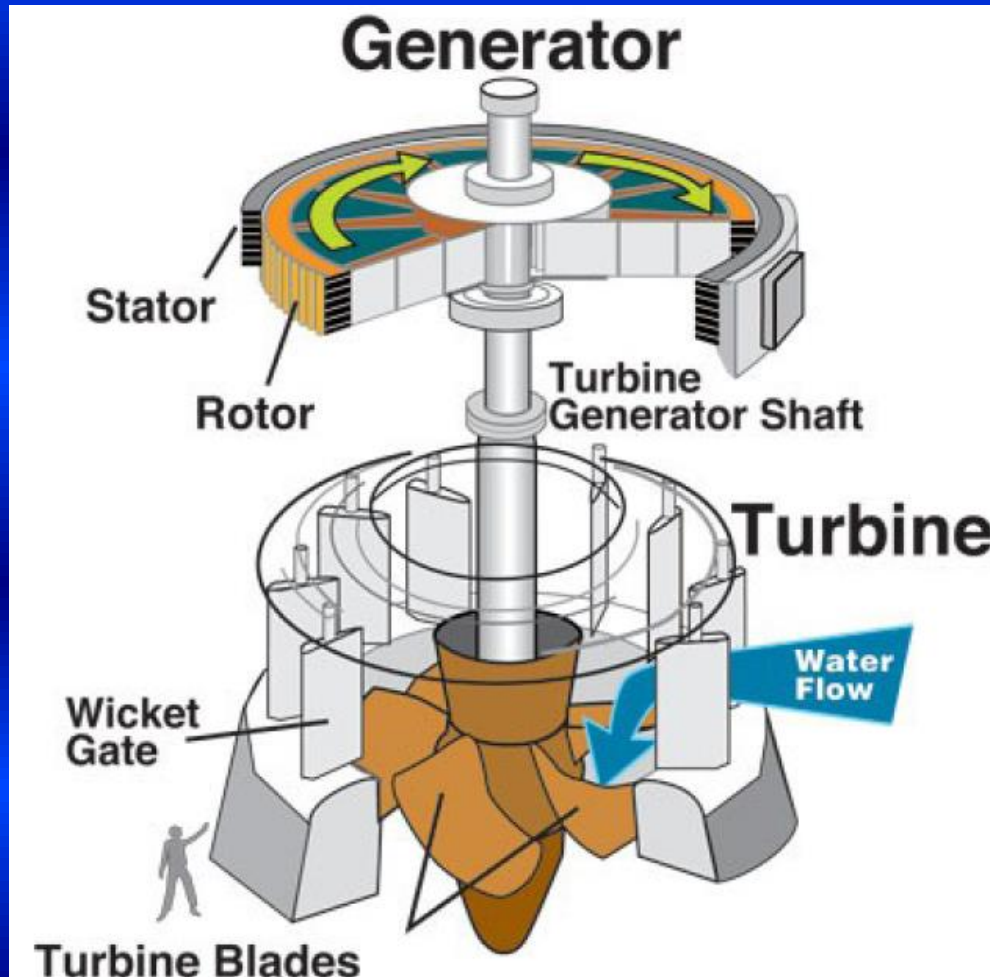
$$E_i = -v * B * l * \sin \theta$$

- gde je  $\theta$  ugao pod kojim žica preseca linije sile, tj. ugao između vektora brzine ( $v$ ) i vektora indukcije magnetnog polja ( $B$ ). U ovom slučaju ugao je za LM:  $\theta = 180^\circ$ , a za QR:  $\theta = 0^\circ$ , pa zato nema indukovane elektromotorne sile jer je za oba ugla sinus jednak nuli, a to znači da nema ni struje.
- Dalje raste apsolutna vrednost ugla pa i indukovana EMS i struja.

# Generator



# Generator

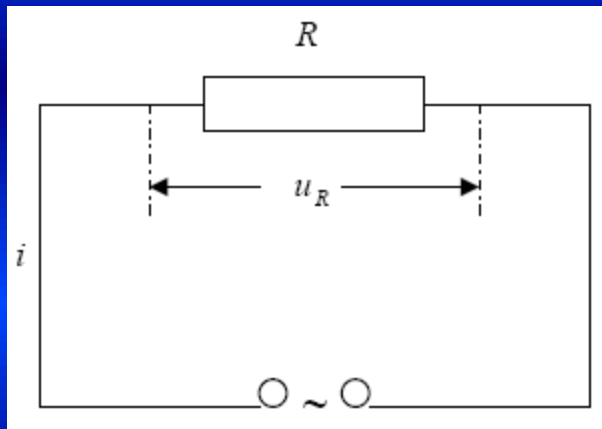


- Da nastavimo gde smo stali i opišemo rad turbine:
- Voda pada na lopatice turbine i pokreće je, a pošto je turbina vezana za generator pokreće rotor generatora.
- Rotor generatora čine serijski vezani magneti (zapravo to su elektromagneti), a stator su kalemi žica (dakle, u realnosti rotor i stator su drugačiji u odnosu na primer koji je pokazivao nastanak monofazne struje).

# Vrste otpora u kolu naizmjenične struje

- U kolu jednosmerne struje može se pojaviti jedna vrsta električnog otpora – termogeni otpor  $R$ .
- U kolu naizmjenične struje postoje tri vrste otpora:
  - termogeni otpor  $R$  ( $\Omega$ )
  - induktivni otpor  $X_L$  ( $\Omega$ )
  - kapacitivni otpor  $X_C$  ( $\Omega$ )

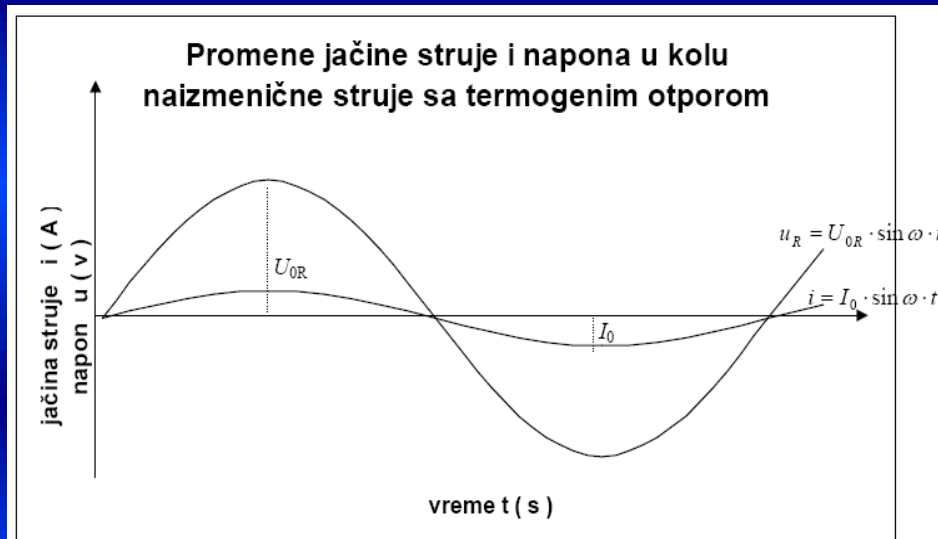
# Kolo naizmjenične struje sa termogenim otporom



- Kao i kod jednosmerne struje termogeni otpor u kolu naizmjenične struje je:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

- $\rho$  specifični otpor materijala od koga je provodnik načinjen,  $l$  je dužina tog provodnika, a  $S$  je površina poprečnog preseka tog provodnika, tj. mera njegove debljine.

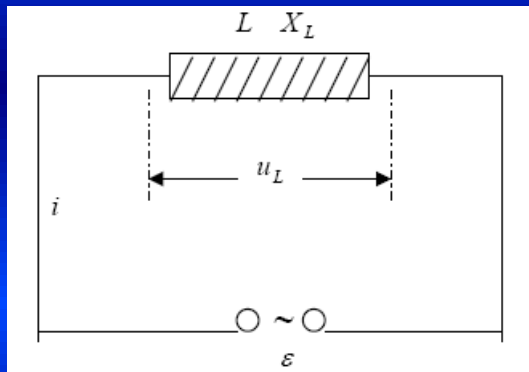


Omov zakon za strujno kolo sa termogenim otporom glasi:

$$i = \frac{u_R}{R} \quad \text{ili} \quad I_0 = \frac{U_{0R}}{R} \quad \text{ili} \quad I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R}$$

**U=R\*I NAPON I STRUJA SU U FAZI**

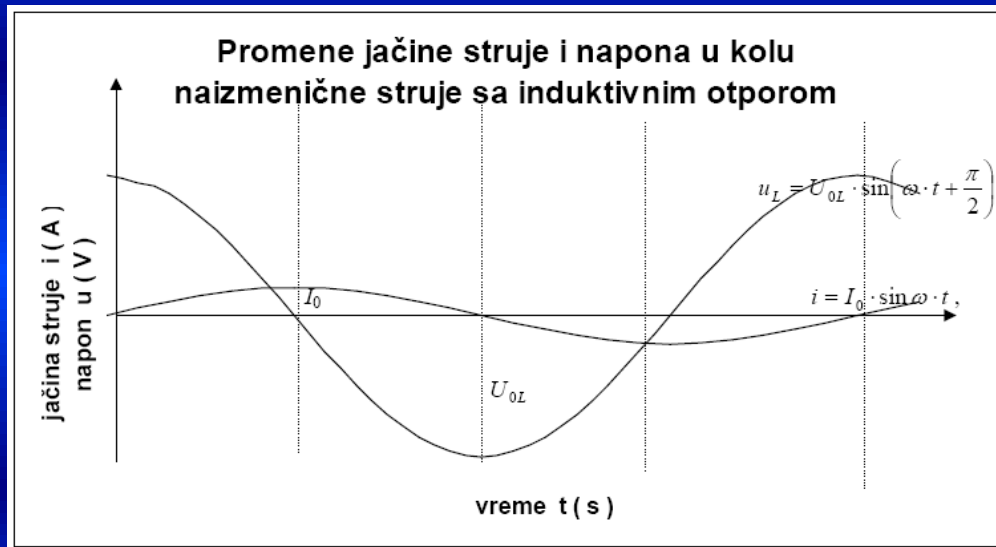
# Kolo naizmenične struje sa induktivnim otporom



- Induktivni otpornik je kalem sa koeficijentom samoindukcije  $L$  (  $H$  – Henri ). Ova veličina je poznata iz oblasti elektromagnetne indukcije. U oblasti naizmenične struje  $L$  se obično naziva induktivnost i vezuje se za kalem, tj. navoj ili solenoid.
- Induktivni otpor datog kalema induktivnosti  $L$  je:

$$X_L = \omega L$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

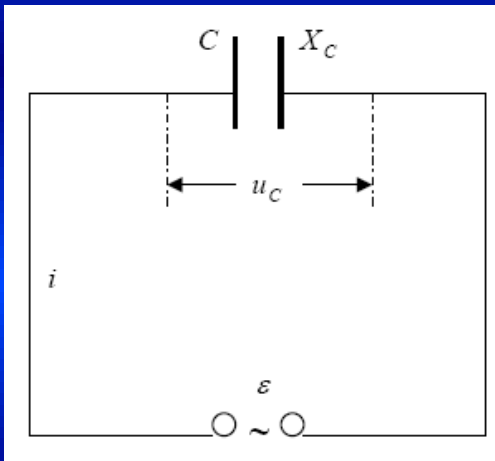


Omov zakon tada izgleda:

$$i = \frac{u_L}{X_L} = \frac{u_L}{\omega \cdot L},$$
$$I_0 = \frac{U_{0L}}{X_L} = \frac{U_{0L}}{\omega \cdot L},$$
$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_L} = \frac{U_{ef}}{\omega \cdot L}.$$

**NAPON PREDNJAČI U ODNOSU NA STRUJU ZA 90°**

# Kolo naizmjenične struje sa kapacitivnim otporom

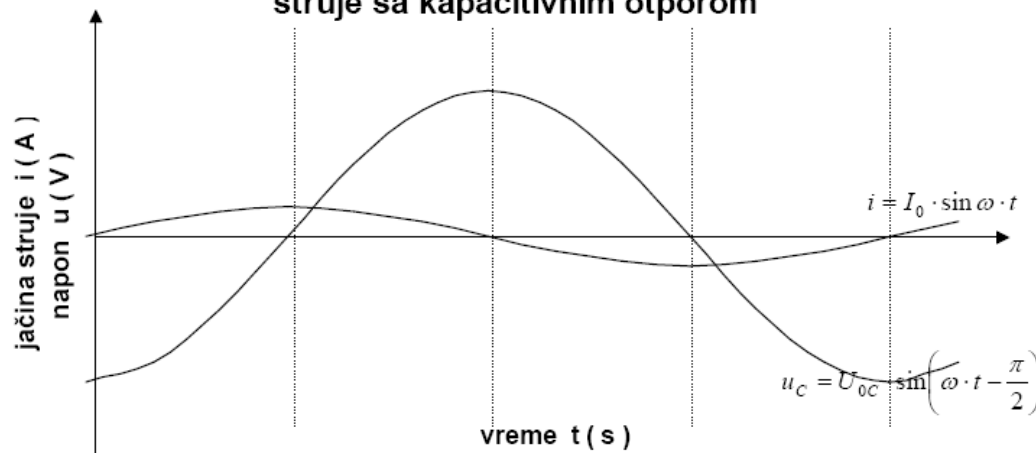


- Kapacitivni otpor u kolu naizmjenične struje  $X_C$  je kondenzator kapaciteta  $C$  ( F ). Tada je:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

- Naizmjenična struja teče kroz kolo sa kondenzatorom tako što u jednoj polovini perioda elektroni pune jednu njegovu ploču a drugu prazne, dok u drugoj polovini perioda elektroni odlaze iz prve ploče a pune drugu ploču.

Promene jačine struje i napona u kolu naizmjenične struje sa kapacitivnim otporom



Omov zakon tada izgleda:

$$i = \frac{u_C}{X_C} = \frac{u_C}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = u_C \cdot \omega \cdot C,$$

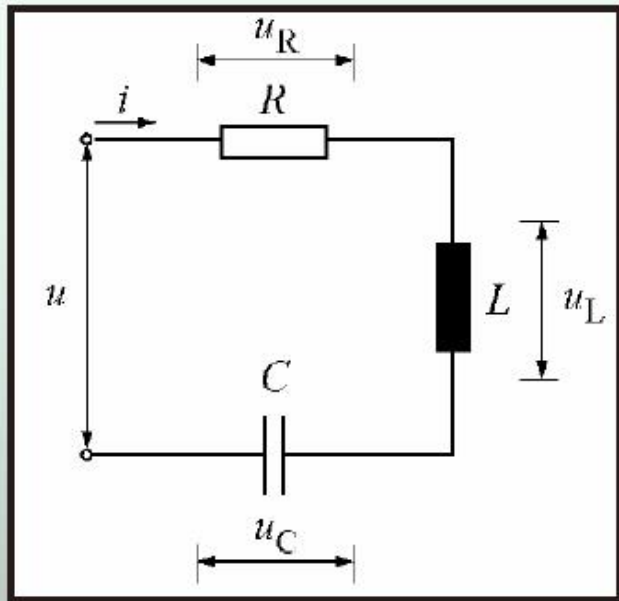
$$I_0 = \frac{U_{0C}}{X_C} = \frac{U_{0C}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U_{0C} \cdot \omega \cdot C,$$

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{X_C} = \frac{U_{ef}}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = U_{ef} \cdot \omega \cdot C.$$

**NAPON ZAOSTAJE U ODNOSU NA STRUJU ZA 90°**



# Redno RLC kolo



Neka je napon na ulazu kola:

$$u = U_m \sin \omega t$$

Struja u zatvorenom strujnom kolu:

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

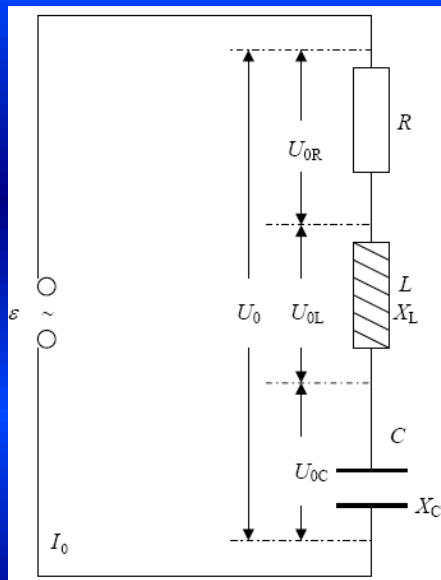
$$\left. \begin{aligned} u_R &= R \cdot i \\ u_L &= L \frac{di}{dt} \\ u_C &= \frac{1}{C} \int_0^t i dt \end{aligned} \right\} u = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

Zamenom izraza za napone na elementima kola:

$$U_m \sin \omega t = R \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) + \omega L \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi) - \frac{1}{\omega C} \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad / \sqrt{2}$$

$$U \cdot \sin \omega t = R \cdot I \cdot \sin(\omega t - \varphi) + \omega L \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi) - \frac{1}{\omega C} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

# Impendansa $Z$ ( $\Omega$ )

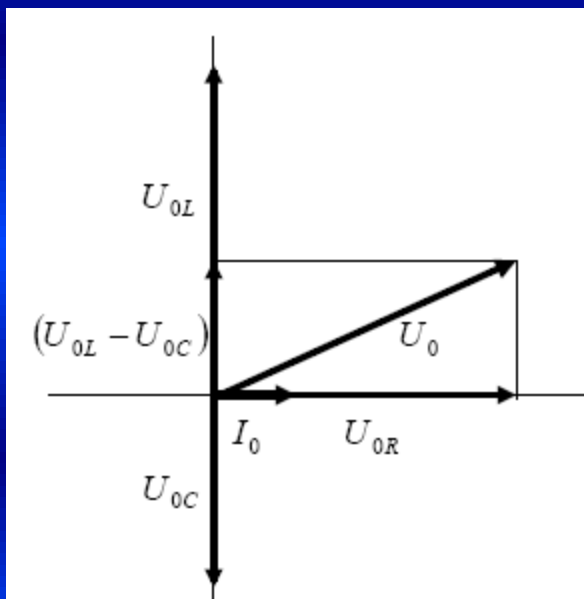


- U prethodnim lekcijama su razmatrani slučajevi kada se u kolu naizmenične struje nalazi samo jedna od tri vrste otpora  $R$ .
- Sada ćemo posmatrati strujno kolo u kome se nalaze sve tri vrste otpora i to redno vezanih. Sva ova tri otpornika je moguće zameniti jednim ekvivalentnim otporom koji se naziva impedansa.
- Kroz celo kolo, tj. kroz sve otpornike protiče ista jačina struje maksimalne jačine  $I_0$ . Na svakom od pojedinačnih otpornika se javlja pad napona maksimalne vrednosti:

- na termogenom otporu  $U_{0R}$
- na induktivnom otporu  $U_{0L}$
- na kapacitivnom otporu  $U_{0C}$

Ukupan pad napona na svim otpornicima, prikazan kao vektor i dobija se vektorskim zbirom.

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2$$



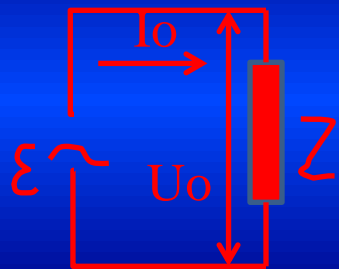
# Impendansa $Z$ ( $\Omega$ )

- Na osnovu Omovog zakona za deo strujnog kola imamo:

$$\begin{aligned} U_{0R} &= I_0 \cdot R \\ U_{0L} &= I_0 \cdot X_L \\ U_{0C} &= I_0 \cdot X_C \end{aligned}$$

- Ako sva tri otpornika zamenimo ekvivalentnim otporom  $Z$ , tada je ukupan pad napona na njemu:  $U_0 = I_0 \cdot Z$  a pošto je:

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2$$



$$\begin{aligned} (I_0 \cdot Z)^2 &= (I_0 \cdot R)^2 + (I_0 \cdot X_L - I_0 \cdot X_C)^2 \\ I_0^2 \cdot Z^2 &= I_0^2 \cdot R^2 + I_0^2 \cdot (X_L - X_C)^2 \quad / \div I_0^2 \\ Z^2 &= R^2 + (X_L - X_C)^2 \end{aligned}$$

korenovanjem izraza dobija se:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

a zamenom izraza  $X_L = \omega \cdot L$  i  $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$  u izraz (17) dobija se konačno:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}$$

$$X = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{reaktivna otpornost (reaktansa)}$$

$$X_L = \omega \cdot L \quad \text{induktivna otpornost (reaktansa)}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{kapacitivna otpornost (reaktansa)}$$

## Reaktivna otpornost

- Razlika  $X_L - X_C = X$  naziva se reaktivna otpornost (reaktansa)
- Reaktivna otpornost  $X$  može biti i pozitivna i negativna, u zavisnosti od toga da li je kolo pretežno induktivno ili pretežno kapacitivno
- Predznak reaktivne otpornosti nema uticaja na znak impedanse  $Z$ , ali utiče na znak fazne razlike  $\varphi$
- $X_L$  i  $X_C$  ne zavise samo od parametara  $L$ , odnosno  $C$ , već i od učestanosti priključenog napona
  - sa povećanjem  $\omega$ ,  $X_L$  raste, a  $X_C$  opada
  - kod jednosmerne struje  $\omega = 0$ , pa  $X_L = 0$ , a  $X_C = \infty$

# Minimalna impendansa

- Da bi impendansa, u kolu naizmenične struje sa rednom vezom sve tri vrste otpora, bila minimalna potrebno je da se induktivni i kapacitivni otpor ponište u izrazu. To je moguće ako je  $X_L = X_C$  pa je  $Z_{min}=R$ .
- Za slučaj kada je impendansa minimalna kaže se da je kolo naizmenične struje »u rezonanciji«. Iz uslova za minimalnu impendansu, dobija se:

$$\begin{aligned} \omega \cdot L &= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ \omega^2 &= \frac{1}{L \cdot C} \\ \text{kako je: } \omega &= 2\pi \cdot f \text{ sledi:} \\ f &= \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \\ \text{a kako je: } T &= \frac{1}{f} \text{ sledi:} \\ T &= 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \end{aligned}$$

Izraz za period oscilovanja kola naizmenične struje koje je u rezonanciji se naziva Tomsonov obrazac.

# Rezonanca

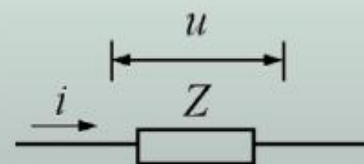
- Kada je  $X_L = X_C$  reaktivna otpornost je nula, impedansa ima najmanju vrednost  $Z_{\min} = R$ , a struja u kolu je maksimalna i kaže se da u kolu postoji **FAZNA REZONANCA**
- Ako je otpornost kola zanemarljivo mala ( $R \approx 0$ ), impedansa kola je  $Z \approx 0$ , a struja postaje veoma velika ( $I \rightarrow \infty$ ) - u tom slučaju u kolu postoji **prava REZONANCA**
- U slučaju fazne rezonance, zbog velike struje, na kalemu i kondenzatoru mogu nastupiti vrlo veliki naponi (prenaponi), **znatno veći od priključenog napona** na krajevima kola i to može dovesti do oštećenja izolacije kalema, kao i do proboja dielektrika kondenzatora



# Snaga u kolu naizmenične struje

- Snaga generatora i snaga prijemnika naizmenične struje –mogu biti i pozitivne i negativne
  - snaga prijemnika negativna – generator
  - snaga generatora negativna – prijemnik

- Pored trenutne snage definišu se:
  - srednja (aktivna) snaga
  - reaktivna snaga
  - prividna snaga



- Neka su trenutne vrednosti struje i napona prijemnika impedanse  $Z$ :

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

- Trenutna vrednost snage koju prima prijemnik:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p(t) = 2 \cdot UI \cdot \sin(\omega t) \sin(\omega t + \varphi)$$

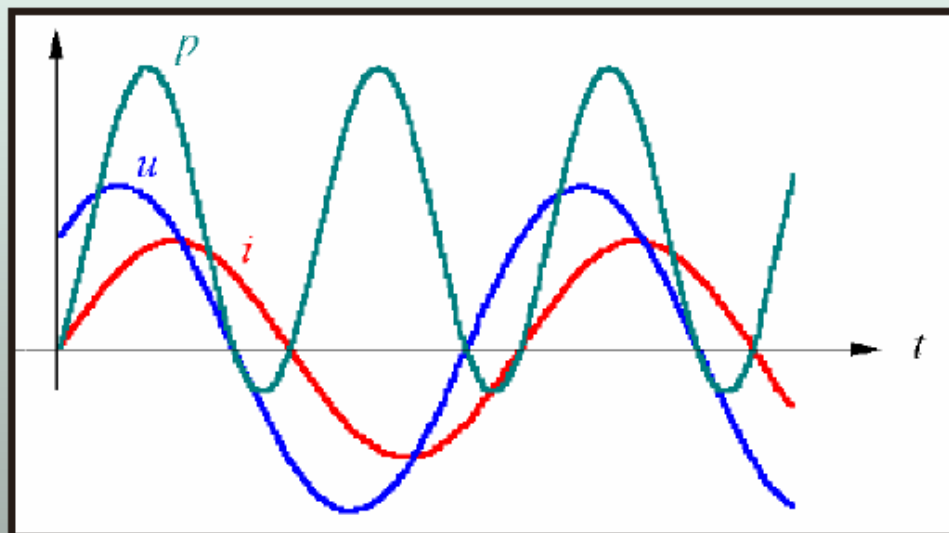


➤ **Uvodeći trigonometrijsku transformaciju:**

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

**dobija se  
izraz:**

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$



konstantna  
komp.

naizmjenična  
komp.

- **U intervalima vremena:**  $u$  i  $i$  istog znaka  $p(t) > 0$   
 $u$  i  $i$  suprotnog znaka  $p(t) < 0$
- **U delu periode:** - prima energiju od izvora – potrošač  
- daje energije izvoru – generator

## Aktivna (srednja) snaga

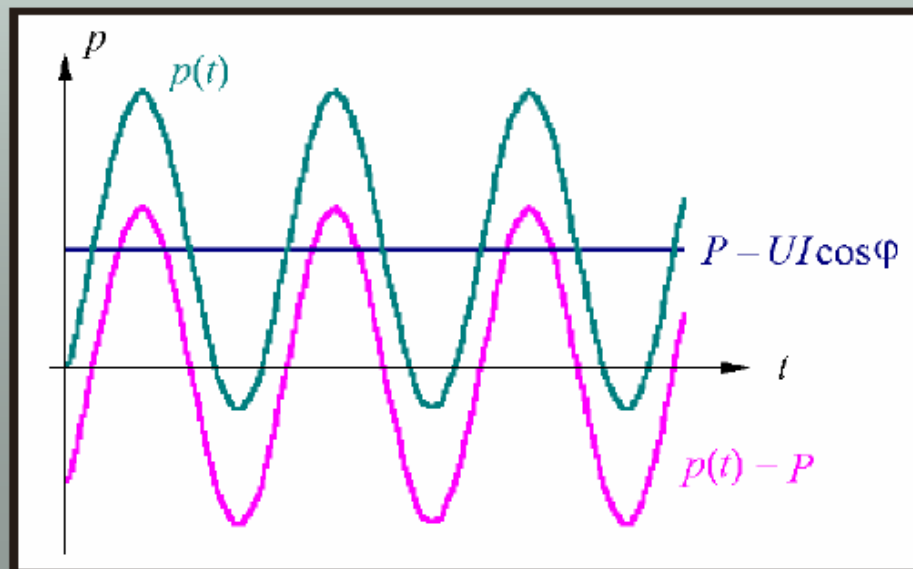
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} UI \left[ \cos \varphi \cdot t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + \varphi) \right] \Big|_0^T$$

$$P = \frac{1}{T} UI \cdot \left[ \cos \varphi \cdot T - \frac{1}{2\omega} \sin\left(\frac{4\pi}{T} T + \varphi\right) + \frac{1}{2\omega} \sin\left(\frac{4\pi}{T} 0 + \varphi\right) \right]$$

$$P = \frac{1}{T} UI \cdot \left[ \cos \varphi \cdot T - \frac{1}{2\omega} \cos \varphi + \frac{1}{2\omega} \cos \varphi \right]$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad [\text{W}] \quad \text{Aktivna (srednja snaga)}$$

- Za  $|\varphi| \leq \pi/2$  aktivna snaga prijemnika uvek je pozitivna i veća je što je veći  $\cos \varphi$  (manji ugao  $\varphi$ )
- Trenutna snaga osciluje oko srednje snage



# Reaktivna snaga

- **Maksimalna snaga povratnih procesa**
- **Veličina definisana izrazom:**

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad [\text{VAR}] \text{ ili } [\text{VAr}]$$

- **Reaktivna snaga menja znak sa promenom znaka fazne razlike  $\varphi$** 
  - kada je pozitivna (pretežno induktivni prijemnici,  $\varphi > 0$ ) kaže se da izvor daje reaktivnu snagu kolu
  - kada je negativna (pretežno kapacitivni prijemnici,  $\varphi < 0$ ) kaže se da kolo daje reaktivnu snagu izvoru
- **Reaktivna energija je deo energije koji se vraća izvoru (nepovoljna pojava u kolima naizmenične struje)**

## Prividna snaga

- **Prividna snaga definiše se kao proizvod efektivnih vrednosti napona i struje:**

$$S = U \cdot I \quad [\text{VA}]$$

- **Prividna snaga je važna veličina, koja se navodi za mnoge električne mašine i aparate**
- **Granična snaga mašine - jer se one izrađuju za određene napone i struje, koje mogu izdržati bez kvara, pri trajnom radu**

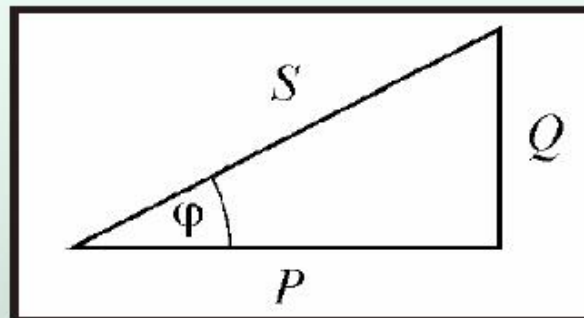
➤ **Između prividne, aktivne i reaktivne snage postoji odnos:**

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = R \cdot I^2$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = X \cdot I^2$$

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2$$



**TROUGAO SNAGA**

- **Aktivna snaga se izražava u vatima (W) ili kilovatima (kW)**
- **Prividna snaga u voltamperima (VA) ili kilovoltamperima (kVA)**
- **Reaktivna snaga u reaktivnim voltamperima ili varima (var) ili kilovarima (kvar)**

**Ove tri jedinice međusobno su dimenzionalno jednake**



## Faktor snage i faktor reaktivnosti

- Faktor snage je vrlo važna veličina u praktičnim primenama električnih mašina i aparata, kao i u prenosu i distribuciji električne energije (mera energetske kvalitete)

- Definiše se kao odnos između aktivne i prividne snage:  $k = \frac{P}{S}$
- Kada se napon i struja menjaju po sinusnom zakonu, faktor snage je:

$$k = \frac{UI \cos \varphi}{UI} = \cos \varphi$$

Vrednosti faktora snage kreću se od 1 do 0, jer se fazna razlika  $\varphi$  može menjati od 0 do  $\pm \pi/2$

- Faktor reaktivnosti je odnos između reaktivne i prividne snage:

$$k_r = \frac{Q}{S}$$

- Kada se napon i struja menjaju po sinusnom zakonu, faktor reaktivnosti je:

$$k_r = \frac{UI \sin \varphi}{UI} = \sin \varphi$$